

متاليات 2

التمرين رقم 1 :

لكنه $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية بحيث :

$$U_{n+1} = \frac{2U_n - 3}{U_n + 6} \text{ و } U_0 = -2$$

(1) يبي بالبرهان أنه $-3 < U_n < -1 \quad (\forall n \in \mathbb{N})$

(2) ادرس رتبة المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

(3) نضع $V_n = \frac{U_n + 1}{U_n + 3}$

أ- يبي أنه $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية وحد V_n بدلالة n

ب- استنتج أنه $U_n = -\frac{5^n + 3^{n+1}}{5^n + 3^n}$

ج- أحسب بدلالة n المجموع $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$

التمرين رقم 2 :

لكنه $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية بحيث :

$$U_{n+1} = \frac{7U_n - 25}{U_n - 3} \text{ و } U_0 = 2$$

(1) تحقق أنه $U_{n+1} = 7 - \frac{4}{U_n - 3}$

(2) ويبي أنه $U_n \neq 5 \quad (\forall n \in \mathbb{N})$

(3) نضع $W_n = \frac{1}{U_n - 5}$

أ- يبي أنه $(W_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية وحد W_n بدلالة n

ب- استنتج U_n بدلالة n

ج- أحسب بدلالة n المجموع $S_n = W_0 + W_1 + \dots + W_n$

التمرين رقم 3 :

نعبر المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ بحيث : $U_1 = \frac{1}{2}$ و $U_{n+1} = \frac{U_n}{U_n + 1}$

❖ يبي أنه $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ متتالية موجبة قطعا

❖ ادرس رتبة المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$

❖ نضع $V_n = \frac{1}{2U_n}$

(a) يبي أنه $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ حسابية وحد V_n بدلالة n

(b) استنتج U_n بدلالة n

(c) أحسب المجموع $T_n = \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \dots + \frac{1}{U_n}$

التمرين رقم 4 :

نعبر المتتاليتين $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفتين ب :

$$\begin{cases} u_0=1 & v_0=12 \\ u_{n+1}=\frac{u_n+2v_n}{3} & v_{n+1}=\frac{u_n+3v_n}{4} \end{cases}$$

① نضع $W_n = v_n - u_n$ يبي أنه $(W_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية

محددا أساسها

② نضع $t_n = 3u_n + 8v_n$ يبي أنه $(t_n)_{n \geq 0}$ ثابتة محدا

قيمتها

③ استنتج مما سبق $u_n ; v_n$ بدلالة n

التمرين رقم 5 :

لكنه $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية بحيث :

$$6U_{n+2} = 5U_{n+1} - U_n \text{ و } U_0 = 12 ; U_1 = \frac{11}{2}$$

➤ أحسب $U_2 ; U_3$

➤ نضع $W_n = 3U_{n+1} - U_n$ يبي أنه $(W_n)_{n \geq 0}$ متتالية

هندسية محدا أساسها ثم حد الحد العام W_n بدلالة n

➤ يبي أنه $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{3}{2^{n+1}} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$

➤ نضع $V_n = U_n - \frac{9}{2^n}$ يبي أنه $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية

وحد V_n بدلالة n

➤ استنتج U_n بدلالة n